

# 恒常法データ (3件法) のベイズ的分析

分析モデルとシミュレーションによる検討

岡本安晴

(日本女子大学人間社会学部心理学科)

key words : 恒常法、3件法、ベイズ的分析

(目的) 弁別・検出データの分析モデルは2件法(「Yes」、「No」の強制選択法; 2 AFC)を扱うものが多い。これは、3件法(「Yes」、「No」に加えて、「わからない」あるいは「等しい」の判断を許す; 3 AFC)の場合、「わからない/等しい」の判断のデータによってJNDの推定値が影響を受けるとされているからである。しかしKaernbach (2001) は、2 AFCの問題点を指摘し、3 AFCの方が訓練を十分に受けていない被験者には望ましいとしている。彼の分析法では「わからない/等しい」に対する分析モデルが分析者の規範的基準によるものであり、データに基づくものではない。3 AFCデータをデータに基づいて分析するものとして岡本 (1995) のモデルがあるが、JNDの値と判断の基準を分けて分析することが可能であることがシミュレーションによって確かめられている (岡本、1995)。このモデルによる分析では最尤法が用いられているが、最尤法における問題を指摘する研究 (Wichmann & Hill, 2001) があるので、最尤法以外の方法を試みることにした。岡本(2004) は、3 AFCを用いたUp-down法においてベイズ的方法を試みて満足のいく結果を得ているので、この方法を恒常法に対して試みることにする。

(モデル) 通常のpsychometric function (PF) は2 AFCに対するものとして例えば  $P(\text{Yes}|x) = F(x; \mu, \sigma)$  で与えられる。ここで、 $P(\text{Yes}|x)$  は、例えば比較刺激  $x$  の方が標準刺激より強いと判断される確率を表し、 $F(x; \mu, \sigma)$  は主観的等価点が  $\mu$ 、閾値に対応するパラメタが  $\sigma$  である関数を表す。PFとして標準正規分布  $\Phi(z)$  を採用すると  $P(\text{Yes}|x) = \Phi((x - \mu)/\sigma)$  と書ける。3 AFCの場合は、判断の基準値  $c$  を導入して以下のように書ける (岡本; 2004, 1995)。

$$P(\text{Yes}|x) = \Phi((x - \mu - c)/\sigma)$$

$$P(\text{Eq?}|x) = \Phi((x - \mu + c)/\sigma) - \Phi((x - \mu - c)/\sigma)$$

$$P(\text{No}|x) = 1 - \Phi((x - \mu + c)/\sigma)$$

ここで、 $P(\text{Eq?}|x)$  は比較刺激  $x$  と標準刺激が同じ強さである、あるいはどちらが強いかわからないという判断の確率を表す。 $P(\text{No}|x)$  は比較刺激  $x$  の方が標準刺激より弱いという判断の確率である。上の確率モデルのもとでベイズ的分析を行う。パラメタ空間を離散空間として設定して計算速度の向上を図る。3つのパラメタ  $\mu$ 、 $\sigma$ 、 $c$  がそれぞれ区間  $[\mu_{\min}, \mu_{\max}]$ 、 $[\sigma_{\min}, \sigma_{\max}]$ 、 $[c_{\min}, c_{\max}]$  上でそれぞれ  $N_{\mu}$ 、 $N_{\sigma}$ 、 $N_c$  個に等分された離散的な値をとるものとする。事前確率  $p_0$  として一様分布を採用すると  $p_0(\mu, \sigma, c) = 1/(N_{\mu}N_{\sigma}N_c)$  となる。比較刺激  $x_i$  に対する「Yes」、「Eq?」、「No」の判断の回数を  $G_i$  回、 $U_i$  回、 $L_i$  回と表す。比較刺激  $x_i$  に対する各判断の確率をパラメタを明記して

$$P(\text{Yes}|x_i, \mu, \sigma, c), P(\text{Eq?}|x_i, \mu, \sigma, c), P(\text{No}|x_i, \mu, \sigma, c)$$

と表すと、データ  $D = \{G_i, U_i, L_i\}$  に対する尤度  $LF$  は次式で与えられる。

$$LF(D|\mu, \sigma, c) = \prod_i \{P(\text{Yes}|x_i, \mu, \sigma, c)^{G_i} P(\text{Eq?}|x_i, \mu, \sigma, c)^{U_i} \cdot P(\text{No}|x_i, \mu, \sigma, c)^{L_i}\}$$

以上より事後確率は次式で与えられる。

$$p(\mu, \sigma, c|D) = \frac{LF(D|\mu, \sigma, c) \cdot p_0(\mu, \sigma, c)}{\sum_{\mu_{\alpha}, \sigma_{\beta}, c_{\gamma}} LF(D|\mu_{\alpha}, \sigma_{\beta}, c_{\gamma}) \cdot p_0(\mu_{\alpha}, \sigma_{\beta}, c_{\gamma})}$$

(シミュレーション) 上のモデルの特性を、標準刺激値 60、比較刺激値  $x_i = 36 + i * 3$ ;  $i = 1, \dots, 15$  とし、各比較刺激と標準刺激の対について20回の比較判断を行う恒常法の実験を1000回行うというシミュレーションにより調べた。パラメタの真値とそれらに対する推定値の平均値および標準偏差を表1に示す。表1から、感覚の弁別力のパラメタ  $\sigma$  と判断の基準値のパラメタ  $c$  がモデルによって分離して推定されていることがわかる。

表1. パラメタ値と推定値の平均値; () 内は標準偏差

|     |     | $\sigma$                    |                             |
|-----|-----|-----------------------------|-----------------------------|
|     |     | 3.0                         | 4.0                         |
| $c$ | 3.0 | $\bar{\sigma} = 3.03(0.31)$ | $\bar{\sigma} = 4.05(0.38)$ |
|     |     | $\bar{c} = 3.02(0.32)$      | $\bar{c} = 3.03(0.36)$      |
|     | 4.0 | $\bar{\sigma} = 3.04(0.32)$ | $\bar{\sigma} = 4.03(0.37)$ |
|     |     | $\bar{c} = 4.01(0.35)$      | $\bar{c} = 4.02(0.38)$      |

(引用文献) Kaernbach, C. Adaptive threshold estimation with unforced-choice tasks. Perception & Psychophysics, 2001; 岡本安晴「全系列法データの最尤法による分析について」金沢大学文学部論集・行動科学科篇 (1995); Wichmann, F. A. & Hill, N. J. The psychometric function: I. Fitting, sampling, and goodness of fit. Perception & Psychophysics, 2001; 岡本安晴「3件法に対するBayesian Up-down法」日本行動計量学会第32回大会発表 (2004);

(Yasuharu Okamoto)