

テスト尺度信頼性再考

方向性と不確かさの観点から

○岡本安晴¹

(¹日本女子大学)

キーワード：概念値，測定値，情報量

Rethinking on the Test/Scale Reliability

From the viewpoints of direction and uncertainty

Yasuharu OKAMOTO¹

(¹Japan Women's University)

Key Words: concept values, measurements, information

問題と提案

信頼性は、測定対象概念の真値と測定値との関係を表す概念であると考えられる。信頼性係数は、信頼性を表す指標として誤差モデルに基づいて議論されている (Levy & Mislevy, 2016; Raykov & Marcoulides, 2011)。しかし、誤差モデルは潜在クラスなどの質的値には適用できない。また、測定対象概念値に対して測定値が確率的に変動するとき、変動する測定値はいずれも測定対象概念値 (以後、概念値と呼ぶ) に対するものであり、その意味でいずれも対等である。それら測定値の平均値は統計学的に定義されるが、平均値とか測定の特定の値を真値とする根拠を示す必要がある。概念値と測定値との関係を考えるときには、誤差モデルは不相当であると言える。信頼性を誤差モデルに基づいて考えるのではなく、概念値あるいは測定値の不確かさの観点から検討を試み、テスト/尺度による不確かさ (uncertainty) の減少 (情報量: Cover & Thomas, 2006) として信頼性を考える。不確かさは確率分布で表される。概念値 θ と測定値 X の同時確率 $P(\theta, X)$ を、 θ の確率分布 $P(\theta)$ と、 θ をパラメータとする測定値 X の確率分布 $P(X; \theta)$ に対して、式 $P(\theta, X) = P(\theta)P(X; \theta)$ で与える。このとき、 $P(X|\theta) = P(X; \theta)$ が成り立つ。確率分布に対して、その不確かさ U は、量的値の確率分布の場合は分散、質的値の確率分布の場合はエントロピーで表すことが出来る。概念値 θ と測定値 X の関係は、概念値 θ から見た測定値 X の確率分布 $P(X|\theta)$ の表す不確かさ $U(X|\theta)$ と、測定値 X から見た概念値 θ の確率分布 $P(\theta|X)$ の不確かさ $U(\theta|X)$ を区別することが出来る。信頼性係数を、測定値 X の確率分布 $P(X)$ の不確かさ $U(X)$ の変化量 $U(X) - U(X|\theta)$ 、および概念値 θ の確率分布 $P(\theta)$ の不確かさ $U(\theta)$ の変化量 $U(\theta) - U(\theta|X)$ を $U(X)$ および $U(\theta)$ に対する相対量で表すと次式のようになる。

$$R_c(\theta) = \frac{U(X) - U(X|\theta)}{U(X)}, \quad R_m(X) = \frac{U(\theta) - U(\theta|X)}{U(\theta)}$$

$R_c(\theta)$ は、測定値 X の不確かさ $U(X)$ に対して、概念値 θ に対しての測定値 X の不確かさ $U(X|\theta)$ がどの程度の減少であるのかを $U(X)$ に対する相対値で表すものである。 $R_m(X)$ は、概念値 θ の不確かさ $U(\theta)$ に対して、測定値 X に対しての概念値 θ の不確かさ $U(\theta|X)$ がどの程度の減少であるのかを $U(\theta)$ に対する相対値で表すものである。これらの信頼性係数の、古典テスト理論、順序カテゴリ尺度、項目反応理論および潜在クラス尺度において算出例をポスターで報告する。

信頼性係数の算出

古典テスト理論 古典テスト理論の場合、同時確率は $P(\theta, X) = P(\theta)P(X; \theta) = N(\theta; 0, 1)N(X; a + b\theta, \sigma^2)$ で与えられる。不確かさを分散で与えると、

$$R_c(\theta) = \frac{U(X) - U(X|\theta)}{U(X)} = \frac{b^2}{b^2 + \sigma^2} = \omega$$

$$R_m(X) = \frac{U(\theta) - U(\theta|X)}{U(\theta)} = \frac{1 - \frac{\sigma^2}{\sigma^2 + b^2}}{1} = \frac{b^2}{b^2 + \sigma^2} = \omega$$

ここで、 ω は古典テスト理論における信頼性係数である。

順序カテゴリ尺度 順序カテゴリ尺度のモデルとしてサー斯顿のカテゴリ判断のモデルを設定する (Okamoto, 2017)。概念値を θ 、 M 個のテスト項目を $X_i; i = 1, \dots, M$ 、尺度値 X を項目和 $X = \sum X_i$ で表す。概念値 θ と測定値 (尺度値) X の同時確率 $P(\theta, X)$ はシミュレーションで推定することができる。

不確かさを分散で与えると信頼性は次式で与えられる。

$$R_c(\theta) = \frac{\text{Var}(X) - \text{Var}(X|\theta)}{\text{Var}(X)}, \quad R_m(X) = \frac{\text{Var}(\theta) - \text{Var}(\theta|X)}{\text{Var}(\theta)}$$

項目反応理論 概念値 θ に対して各項目 X_i の確率分布が与えられ、回答パターン $\{X_i\}$ (CATでは項目群は回答に応じて決められる) に対して θ の推定値 $\hat{\theta}$ が測定値として与えられる。測定値を X ではなく $\hat{\theta}$ で表す。 $P(\theta, \hat{\theta})$ はシミュレーションで推定できる。不確かさを分散で与えると信頼性は次式で与えられる。

$$R_c(\theta) = \frac{\text{Var}(\hat{\theta}) - \text{Var}(\hat{\theta}|\theta)}{\text{Var}(\hat{\theta})}, \quad R_m(\hat{\theta}) = \frac{\text{Var}(\theta) - \text{Var}(\theta|\hat{\theta})}{\text{Var}(\theta)}$$

潜在クラス尺度 潜在クラス C が概念値であり、推定潜在クラス \hat{C} が測定値である。潜在クラス C における M 個の回答パターン $X = \{X_i\}$ に対する推定潜在クラス \hat{C} に対して、同時確率は次式で与えられる。

$$P(C, \hat{C}) = P(C)P(\hat{C}|C)$$

同時確率 $P(C, \hat{C})$ はシミュレーションで推定できる。クラスの確率分布に対する不確かさをエントロピーで与えると、信頼性係数は次式で与えられる。

$$R_c(C) = \frac{U(\hat{C}) - U(\hat{C}|C)}{U(\hat{C})}, \quad R_m(\hat{C}) = \frac{U(C) - U(C|\hat{C})}{U(C)}$$

引用文献

- Cover, T. M., & Thomas, J. A. (2006). *Elements of information theory, second ed.* Hoboken: John Wiley & Sons, Inc.
- Levy, R., & Mislevy, R. J., (2016). *Bayesian psychometric modeling.* Boca Raton: CRC Press.
- Okamoto, Y. (2017). Bayesian estimation of ordinal categorical items' reliability coefficients: Relationship between true values and observed scores. *Japan Women's University Journal, Faculty of Integrated Arts and Social Sciences*, Vol. 28, 59-78.
- Raykov, T., & Marcoulides, G. A. (2011). *Introduction to psychometric theory.* New York: Routledge.