

被験者内 2 要因分散分析

被験者内 2 要因、A および B、のモデルにおける平方和を次のように分解する。ただし、 Y_{ijk} は、 i 番目の被験者に対する要因 A の水準 j 、要因 B の水準 k におけるデータであり、要因 A の水準数は a 、要因 B の水準数は b 、被験者数は n であるとする。

$$\begin{aligned} SS &= \sum_{i,j,k} (Y_{ijk} - \bar{Y}_{\dots})^2 \\ &= SS_S + SS_A + SS_{AS} + SS_B + SS_{BS} + SS_{AB} + SS_{ABS} \\ &= SS_S + SS_{W.S} \end{aligned}$$

ここで、

$$\begin{aligned} SS_S &= ab \sum_i (\bar{Y}_{i..} - \bar{Y}_{\dots})^2 \\ SS_{W.S} &= SS - SS_S = SS_A + SS_{AS} + SS_B + SS_{BS} + SS_{AB} + SS_{ABS} \\ SS_A &= nb \sum_j (\bar{Y}_{.j.} - \bar{Y}_{\dots})^2 \\ SS_{AS} &= b \sum_{i,j} (\bar{Y}_{ij.} - \bar{Y}_{i..} - \bar{Y}_{.j.} + \bar{Y}_{\dots})^2 \\ SS_B &= na \sum_k (\bar{Y}_{..k} - \bar{Y}_{\dots})^2 \\ SS_{BS} &= a \sum_{i,k} (\bar{Y}_{i.k} - \bar{Y}_{i..} - \bar{Y}_{..k} + \bar{Y}_{\dots})^2 \\ SS_{AB} &= n \sum_{j,k} (\bar{Y}_{.jk} - \bar{Y}_{.j.} - \bar{Y}_{..k} + \bar{Y}_{\dots})^2 \\ SS_{ABS} &= SS - (SS_S + SS_A + SS_{AS} + SS_B + SS_{BS} + SS_{AB}) \end{aligned}$$

である。

上記の各平方和の平均の期待値は次のようになる。

$$EMS_A = \sigma_e^2 + b\sigma_{AS}^2 + bn\theta_A^2$$

$$EMS_{AS} = \sigma_e^2 + b\sigma_{AS}^2$$

$$EMS_B = \sigma_e^2 + a\sigma_{BS}^2 + an\theta_B^2$$

$$EMS_{BS} = \sigma_e^2 + a\sigma_{BS}^2$$

$$EMS_{AB} = \sigma_e^2 + \sigma_{ABS}^2 + n\theta_{AB}^2$$

$$EMS_{ABS} = \sigma_e^2 + \sigma_{ABS}^2$$

以上より、分散分析表を表1のように作成する。

表1 分散分析表

変動因	平方和	自由度	平均平方和	F比
被験者間	SS_S	$n-1$		
被験者内	$SS_{W.S}$	$n(ab-1)$		
A	SS_A	$a-1$	MS_A	MS_A / MS_{AS}
残差 (A)	SS_{AS}	$(n-1)(a-1)$	MS_{AS}	
B	SS_B	$b-1$	MS_B	MS_B / MS_{BS}
残差 (B)	SS_{BS}	$(n-1)(b-1)$	MS_{BS}	
A × B	SS_{AB}	$(a-1)(b-1)$	MS_{AB}	MS_{AB} / MS_{ABS}
残差 (A × B)	SS_{ABS}	$(n-1)(a-1)(b-1)$	MS_{ABS}	
全体	SS	$nab-1$		